

第8回幾何学的群論ワークショップ

日程 : 2024年11月11日 - 11月12日

会場 : 鹿児島大学 郡元キャンパス 理学部1号館101講義室

(会場への行き方) 鹿児島中央駅前より路面電車(市電2系統・郡元行き)に乗って唐湊(とそ)で下車、西門から入ってまっすぐ、徒歩5分

(注) 路面電車は(ほとんどの)交通系ICカードが使えませんが、クレジットカードタッチ決済が使えます。

予定表

11月11日

- 9:15 - 10:15 佐々木東容(城西大学)
- 10:30 - 11:30 高津大樹(東京理科大学)
- 11:45 - 12:45 有本諒也(京都大学)
- 14:30 - 15:30 片田舞(九州大学)
- 15:45 - 16:45 西島沙貴(日本女子大学)
- 17:00 - 18:00 阪本皓貴(東京大学)
- 18:00 - 20:00 自由討論

11月12日

- 9:15 - 10:15 short communications
- 10:30 - 11:30 近藤剛史(鹿児島大学)
- 11:45 - 12:45 大家佳奈子(奈良女子大学)
- 14:30 - 15:30 長屋拓暁(広島大学)
- 15:45 - 16:45 佐藤一慶(東京都立大学)
- 17:00 - 18:00 加藤本子(琉球大学)
- 18:00 - 20:00 自由討論

世話人

深谷友宏(東京都立大学), 尾國新一(愛媛大学), 山内貴光(愛媛大学), 近藤剛史(鹿児島大学)
児玉悠弥(鹿児島大学)

本ワークショップは科学研究費・基盤(C)(24K06741), (20K03590), (24K06739), の援助により開催されます。

佐々木東容（城西大学）

Counting subgroups via Mirzakhani's curve counting

種数 g の閉双曲曲面上の閉測地線を写像類群の作用で動かしたものの全体において、長さ L 以下のものの個数は cL^{6g-6} ($c > 0$) に漸近することが知られている (Mirzakhani の結果). 閉測地線は基本群の元の共役類に対応するので、一般化して”基本群の有限生成部分群の共役類”の個数の数え上げ問題を考える. この場合、有限生成部分群の共役類に対してその”長さ”の測り方が問題だが、重み付き有限生成部分群の共役類の完備化であるサブセットカレントを利用することで、ある種自然な測り方で Mirzakhani と同様の漸近公式が得られることが分かった.

高津大樹（東京理科大学）

K3 曲面の自己同型群とその実質的コホモロジー次元について

2次元コンパクト複素多様体で、標準束が自明かつ不正則数が0のものを K3 曲面という。本講演では“楕円的 K3 曲面の自己同型群の実質的コホモロジー次元がその Mordell-Weil 群の最大階数と一致するか”という向井茂氏の予想について考える。K3 曲面の自己同型群は2次のコホモロジー格子への作用から自然に双曲空間へ作用する。講演では、この作用を介して向井氏の予想が幾何学的群論の問題として捉えられることを説明したい。特に、自己同型群の実質的コホモロジー次元が K3 曲面のブローアップ境界の位相次元から決定されるという結果について解説する。この結果を用いて、Baragar の K3 曲面が向井氏の予想を満たすことが示せるので、Baragar の例についても紹介したい。また最近、双曲幾何を用いて向井氏の予想の反例を構成することができた。時間に余裕があれば、その構成についても解説したい。

有本諒也（京都大学）

Simplicity of crossed products of the actions of totally disconnected locally compact groups on their boundaries

Kawamura-Tomiyama の結果および Archbold-Spielberg の結果は、離散群のコンパクト空間への作用から構成される、被約接合積と呼ばれる C^* -環の単純性を特徴づけるものであり、Kalantar-Kennedy による、離散群の C^* -単純性の特徴づけにおいて大きな役割を果たしている。本講演では、この結果の完全不連結局所コンパクト群への拡張を動機や例とともに説明する。

片田舞（九州大学）

自由群の IA-自己同型群の安定ホモロジー

自由群の自己同型群は、色々な分野から興味を持たれ、研究されてきた基本的な群である。その正規部分群のひとつに、IA-自己同型群と呼ばれるものがある。これは、自由群のアーベル化写像が自己同型群上に誘導する群準同型の核として定義される群である。IA-自己同型群は、自己同型群全体よりはるかに複雑な構造を持っている。本講演では、IA-自己同型群の有理ホモロジーに関する最近の研究について紹介する。

西島沙貴（日本女子大学）

Butterfly transformation for equiangular polygons and hyperbolic geometry

与えられた等角多角形の辺に蝶形の図形を付け加える操作を蝶変換という。等角多角形として長さが負の辺も許すことで、面積が 1 である等角 n 角形の集合 \mathcal{P}_n は $n - 3$ 次元双曲空間になり、このとき蝶変換は鏡映変換、特に等長変換になることがわかる。Thurston は蝶変換たちで生成される群である蝶変換群が \mathcal{P}_n の不連続群であることと $n = 5, 6, 8$ が同値であることを示した。その表示から $n = 5, 6, 8$ のときは蝶変換群が双曲 Coxeter 群となることもわかる。本講演では、 $n = 5, 6, 8$ の場合の蝶変換群の増大度級数および増大度と、それ以外の場合の等長変換群における稠密性の問題について紹介する。

阪本皓貴（東京大学）

Fixed price problem for locally compact groups

軌道同値理論における重要な不変量として群作用の cost というものがある。これは群の rank のある種の類似物とみなすことができ、rank 同様その計算は一般には非常に難しい。昨年 Fraczyk-Mellick-Wilkins により higher rank lattice の作用の cost は常に 1 であることが示された。その証明は等質空間上のあるランダムグラフの解析に基づくものであり、さらなる応用の可能性を秘めるとともに、確率論の観点からも興味深い。本講演ではその手法について概説した後、関連するいくつかの話題について紹介する。

近藤剛史（鹿児島大学）

CAT(0) 空間への群作用と非線形スペクトルギャップ

井関・納谷の固定点定理は、非線形スペクトルギャップの言葉で CAT(0) 空間に対する固定点性質の十分条件を与えるものである。本講演では、この定理とその拡張について紹介し、非線形スペクトルギャップの研究の現状について報告する。

大家佳奈子（奈良女子大学）

On the finiteness of the geodesics joining a pair of points in curve complexes - upper bounds

向き付け可能曲面 S 上の単純閉曲線の isotopy 類がなす単体複体を S の curve complex $C(S)$ という。 $C(S)$ は局所無限であるなど、それ自体の性質を調べるのが困難であるためまだ知られていないことが多い。一般には $C(S)$ 上の 2 点を結ぶ geodesic の個数は無限個存在し、uniqueness については Ido-Jang-Kobayashi の結果がある。有限性については長さが 2 の geodesic に関して、geodesic の個数が 2 または 3 となるような 2 点が存在することを講演者は示した。さらに、曲面の種数を大きくとれば任意の自然数 n 個で実現されることが H. Shiga 氏の結果により知られている。本講演では、曲面の種数を固定した場合に 2 点を結ぶ geodesic の個数が有限の数となる場合の上限を紹介する。

長屋拓暁（広島大学）

Proper 作用の Bornology と粗幾何学による解釈

群作用の商を考える際に, proper と呼ばれる作用の性質が重要である. 例えば, ハウスドルフ空間へのハウスドルフ群の連続作用が proper である時, 群による商空間もまたハウスドルフ空間になる. しかし一般に与えられた群作用が proper かどうか判定することは容易ではなく, この proper と呼ばれる性質をどのように幾何学的に特徴づけるかが今回の主題である. Baklouti 氏は proper を弱めた weakly proper という概念を導入し, 吉野太郎氏はこの差分に着目することで proper を一様空間と関連づけて幾何学的に特徴づけた. それを基に本講演では, proper と呼ばれる作用の性質を bornology の観点から再定義し, それにより粗空間と関連づけて幾何学的に特徴づけられることを紹介する.

佐藤一慶（東京都立大学）

粗凸空間のホロ境界

ホロ境界とは, 距離空間をコンパクト化する試みの一つであり, 距離空間上の連続関数を用いて構成されています. ホロ境界は距離空間の大域的な情報を含む概念であり, CAT(0) 空間や測地的 Gromov 双曲空間を始めとする非正曲率空間では, 測地線を用いて構成される理想境界との対応が研究されてきました. 今回は, 非正曲率空間の一般化と見做すことができる「粗凸空間」に対し, そのホロ境界と理想境界のある種の対応関係を見つけましたので, それを紹介します.

加藤本子（琉球大学）

トンプソン群 T のある種の一般化について

トンプソン群 T は有限表示無限単純群の例として有名である. T は単位円の向きを保つ自己同相写像のなす群とみなすことができ, その有限生成系を写像の形で具体的に表すことができる. この講演では, トンプソン群 T のある種の一般化について話す. それらの群は, 単位円の向きを保つ自己同相写像の有限個の組であって, 単位円への作用の様子がトンプソン群 T の生成系に似ているものによって生成される. これらの群が有限表示無限単純群かはまだわからないが, それに似た性質がある. 例えば, 交換子部分群が有限生成単純群であることがわかる. この研究は, Kim, Koberda と Lodha によるトンプソン群 F の研究の「 T 版」を作りたいと思っ