

第6回幾何学的群論ワークショップ

日程 : 2022年10月27日 - 10月28日

会場 : 松山市教育研修センター

〒790 - 0826 松山市文京町2番地1

<https://bit.ly/3QKrQON>

予定表

10月27日

- 9:15 - 10:15 伊敷喜斗 (理化学研究所)
- 10:30 - 11:30 難波隆弥 (静岡大学)
- 11:45 - 12:45 浅尾泰彦 (福岡大学)
- 14:30 - 15:30 梶ヶ谷徹 (東京理科大学)
- 15:45 - 16:45 金城絵利那 (愛媛大学)
- 17:00 - 18:00 雪田友成 (早稲田大学)
- 18:00 - 20:00 自由討論

10月28日

- 9:15 - 10:15 松家拓稔・深沢尚希 (東京都立大学) short talks
- 10:30 - 11:30 児玉悠弥 (東京都立大学)
- 11:45 - 12:45 大井志穂 (新潟大学)
- 14:30 - 15:30 佐藤尚倫 (早稲田大学)
- 15:45 - 16:45 松下尚弘 (琉球大学)
- 17:00 - 18:00 木村満晃 (京都大学)
- 18:00 - 20:00 自由討論

世話人

深谷友宏 (東京都立大学), 尾國新一 (愛媛大学), 山内貴光 (愛媛大学), 加藤本子 (琉球大学)
本ワークショップは科学研究費・基盤 (C) (19K03471), (20K03590), (19K03467) の援助により開催されます。

伊敷喜斗

距離関数のなす空間の中での幾何学的性質の位相的分布

距離化可能空間を一つ固定してその上の距離関数であって、もとの空間と同じ位相を生成するもの全体に supremum 距離を導入した空間を発表者は研究している。特にある幾何学的性質を満たす距離関数全体がこの距離関数の空間の中でどのような位相的分布を持っているのかを調べている。例えば考えている距離化可能空間がシグマコンパクトで被覆次元がゼロであるならば、その上の距離関数であって、自己等長写像が自明なものしかないもの全体は距離関数の空間の中でベールの意味で第二類集合をなしていることが発表者の研究でわかっている。今回の発表では、研究の背景なども踏まえて位相的分布がわかっている幾何学的性質をいくつか紹介する。

難波隆弥

離散群上のランダムウォークの極限定理

離散群上のランダムウォークの極限定理については、ランダムウォーク自体の性質のみならず、離散群が持つ代数的、幾何学的性質もまた極限対象に影響を与えることが知られている。本講演では、べき零群、またはべき零群を被覆変換群とする被覆グラフ上のランダムウォークの極限定理に関して、講演者が得た結果を報告する。時間が許せば、ある可解群上のランダムウォークの極限定理に関する最近の考察についても話す予定である。

浅尾泰彦

グラフのマグニチュードホモロジー

マグニチュードとは 00 年代に Leinster によって導入された「距離空間の Euler 標数」である。これは距離から誘導される位相に対して定まるのではなく、距離構造そのものに対して定まる形式的べき級数である。通常の Euler 標数がホモロジーによって圏化されることの類似で、マグニチュードホモロジーはマグニチュードを圏化する二重次数付き加群である。講演者の興味は「これらがどのような幾何学的意味を持つのか」という点にある。本講演では非対称な距離空間まで扱う対象を拡げることで、マグニチュードが真に通常の Euler 標数を拡張していることを説明する。またこの拡張を圏化するスペクトル系列を導入し、1 ページ目がマグニチュードホモロジー、2 ページ目（の一部）がパスホモロジーとなることを説明する。これらを統一する視点として「マグニチュード理論がフィルター付き小圏のトポロジーと見なせること」を紹介したい。

梶ヶ谷徹

離散調和写像によるグラフの最適な埋め込み

重み付き有限グラフ X から滑らかなリーマン多様体 M への区分的に滑らかな写像は、離散版のディリクレエネルギーの停留点となると、離散調和写像と呼ばれます。本講演では、離散調和写像の基本的な性質を紹介した上で、 M が閉リーマン面の場合に、双曲版の「グラフの標準実現」の存在と一意性およびその具体例に関する結果を紹介したいと思います。本講演の内容は、田中亮吉氏（京都大学）との共同研究に基づきます。

金城絵利那

一般カントール集合から定まる無限型リーマン面のタイヒミュラー空間について

リーマン球面から一般カントール集合を除くと、無限型リーマン面が得られる。そのタイヒミュラー空間上で複数の距離を考える。具体的には、タイヒミュラー距離と呼ばれる、リーマン面の複素構造の差異を表す距離と、length spectrum 距離と呼ばれる、リーマン面の双曲構造の差異を表す距離の、位相的同値性に関する結果を紹介する。

雪田友成

コクセター系の指数増大度と Salem 数および Pisot 数について

1 より真に大きい実代数的整数に Salem 数と呼ばれるものがある。Salem 数は、数論的双曲多様体の測地線の長さ、pretzel link の Alexander 多項式の零点、双曲離散等長変換群の指数増大度など双曲幾何学に現れる。また、Pisot 数は Salem 数の極限として得られる実代数的整数であり、これもまた双曲幾何の中で現れる。本講演では、最初に双曲離散等長変換群の指数増大度の数論的性質に関する先行研究について説明する。その後、2 次元コクセター系の指数増大度に Salem 数と Pisot 数が現れるという結果について説明する。本講演の内容は Naomi Bredon 氏とのプレプリント (arXiv:2209.05100) に基づく。

松家拓稔

群作用のある距離空間の自由積 (short talk)

深沢尚希

パーシステントコホモロジーの構造定理 (short talk)

児玉悠弥

Virtual Thompson's group

Jones は 2017 年, Thompson 群 F の元から絡み目を構成する方法を提唱し, 全ての絡み目が F の元から得られることを示した。本講演では, F を部分群として含む群 VF を新たに定義し, 絡み目の一般化である仮想絡み目が, 全て VF の元から得られることを紹介する。この研究は, 高野暁弘氏 (東京大学) との共同研究である。

大井志穂

Kowalski-Słodkowski の定理と 2-local 等距離写像

Kowalski-Słodkowski の定理に触発され, 1997 年に Šemrl により, 2-local 写像の研究が開始された。バナッハ空間 B_i ($i = 1, 2$) に対して, B_1 から B_2 への写像全体の適当な部分集合を S とするとき, B_1 から B_2 への写像 T が S 上の 2-local 写像であるとは, 任意の二つの $f, g \in B_1$ に対して $Tf = Uf, Tg = Ug$ となる $U \in S$ が存在することを言う。以降, 各種の S に関する 2-local 写像が実際に S の要素であるかどうかについての研究が行われている。2019 年に, Molnar により, 「 $B_1 = B_2 = C([0, 1])$, S を全射等距離写像全体とする場合についてはどうか」という問題が提起された。Kowalski-Słodkowski の定理とは, 複素バナッハ環 A 上の複素数値写像 $\Delta : A \rightarrow \mathbb{C}$ が

$\Delta(0) = 0$ かつ、任意の $a, b \in A$ に対して $\Delta(a) - \Delta(b) \in \sigma(a - b)$ をみたすならば、 Δ は自動的に線形かつ乗法的であることを主張する定理である。ここで、 $a \in A$ に対して $\sigma(a)$ は a のスペクトルを表わしている。Kowalski-Słodkowski の定理の一般化を得ることにより、Moln'ar の問題を含む結果を得ることができたので報告する。

佐藤尚倫

リチャードトンプソンの群 F の固定部分群の特徴づけ

リチャードトンプソンの群 F は単位閉区間へ自然な作用をもつ。その作用のもとで、有限個の実数に関する F の固定部分群の構造や分類が知られている。本講演ではこれら固定部分群の、群 F の部分群としての代数的特徴付けについてお話する。

松下尚弘

混合交換子長の幾何学的解釈

本研究は川崎盛通氏（青山学院大学）、木村満晃氏（京都大学）、丸山修平氏（名古屋大学）、見村万佐人氏（東北大学）との共同研究である。

G を群、 N をその正規部分群とする。 G の元 c は、 G の元 g と N の元 x で $c = [g, x] = gxg^{-1}x^{-1}$ と書けるとき、 (G, N) -交換子、あるいは混合交換子という。 $[G, N]$ の元 a を (G, N) -交換子の積で表すときの必要最小限の個数を a の混合交換子長という。

通常の G の交換子長は、分類空間において代表されるループを境界に持つコンパクト曲面の最小の種数と一致する。この混合交換子長への一般化について説明する。

木村満晃

不変擬準同型の理論の進展

擬準同型とは、群上の「準同型に近い」実数値関数である。非自明な擬準同型の存在は群の「非正曲率性」を反映するなど、幾何学的群論の観点からも興味をもたれてきた対象である。群 G の正規部分群 N を考える。 N 上の擬準同型が G の共役で不変であるとき、 G 不変擬準同型とよぶ。この単純な設定は、従来ほとんど着目されてこなかったが、近年講演者らにより考察され、急速に理解が進んでいる。本講演では、不変擬準同型の理論の進展を概説する。特に、拡張不能な不変擬準同型の空間が重要な役割を果たすことや、交換子長の比較問題への応用などについて述べる。（川崎盛通氏、松下尚弘氏、丸山修平氏、見村万佐人氏との共同研究を含む）